

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Санкт-Петербургский горный университет»**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
МАТЕМАТИКА**

**Санкт-Петербург  
2019**

## **I. Цель, содержание, структура и форма проведения вступительного испытания**

**Цель** вступительного испытания по математике – определение уровня подготовки абитуриента по курсу алгебры и началам математического анализа, некоторым разделам геометрии, необходимого для овладения учебным материалом образовательной программы высшего образования. Программа вступительного испытания по математике сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего и основного общего образования.

Основное внимание на вступительном испытании **по математике** уделяется знанию основных вопросов школьного курса математики, технике алгебраических и тригонометрических преобразований, умению выполнять вычисления, умению решать геометрические задачи. Необходимо знать основные формулы и соотношения алгебры и геометрии; методы и приемы решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств, систем уравнений и неравенств. Уметь решать текстовые задачи на составление уравнений или систем уравнений, а также задачи с параметрами; знать таблицу производных и правила дифференцирования, в том числе сложных функций; знать таблицу неопределенных интегралов и правила интегрирования. Особое внимание уделяется навыкам последовательного и исчерпывающего изложения своих суждений в письменной форме при решении задач.

Вступительное испытание в **форме письменного экзамена** по билетам. Общее число заданий в билете – **10**. Время, отведенное на выполнение работы – **3 часа 55 минут**.

Пользование вспомогательными материалами на вступительном испытании **запрещено**.

**Билет вступительного испытания по математике состоит из заданий:**

1. Упростить алгебраическое выражение;
2. Показательное или логарифмическое уравнение;
3. Производная функции или ее приложения;
4. Геометрическая задача;
5. Текстовая задача на составление уравнения или системы уравнений;
6. Рациональное неравенство;
7. Тригонометрическое уравнение;
8. Иррациональное уравнение;
9. Задача с параметром или уравнение с модулем;
10. Логарифмическое или иррациональное неравенство;

## **II. Методические указания к решению задач вступительного испытания**

При выполнении преобразований алгебраических выражений необходимо знать правила раскрытия скобок и действий с дробями, формулы сокращенного умножения, свойства степени с рациональным показателем. Обосновывать действия, приводящиеся на каждом этапе преобразований.

При решении уравнений и неравенств необходимо владеть различными приемами: приведением уравнения или неравенства к стандартному виду, использованием свойств функций, применением графических иллюстраций и аналитических выкладок; понятием равносильности уравнений (неравенств). При решении рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений или неравенств рекомендуется придерживаться следующей схемы: указать область допустимых значений, решить уравнение с указанием замены переменной (если это необходимо), сделать проверку. При решении уравнений или неравенств, содержащих знак модуля, необходимо учитывать все случаи, возникающие при раскрытии модуля. При решении иррационального уравнения (неравенства) следует помнить, что при возведении обеих частей в нечетную степень всегда получается уравнение (неравенство) равносильное исходному. При возведении в четную степень, полученное уравнение (неравенство) будет иметь тот же смысл лишь в том случае, если обе части исходного уравнения (неравенства) неотрицательны. Поэтому, при решении уравнения рекомендуется выполнять проверку для определения посторонних корней. При решении показательных, логарифмических уравнений и неравенств необходимо помнить свойства степеней и логарифмов, основное логарифмическое тождество, приемы решения простейших уравнений и методы приведения к ним. При решении неравенств необходимо обратить внимание на смену знака неравенства в случае, если основание степени или логарифма находится в интервале  $(0;1)$ . При записи ответа при решении неравенства необходимо учесть значения

границ получившегося промежутка. При решении тригонометрических уравнений рекомендуется привести тригонометрические формулы и формулы приведения, использованные при решении; в ответе указать все решения с учетом периодичности тригонометрических функций.

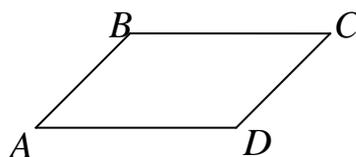
При решении задач на экстремумы функции или на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке необходимо применять следующий алгоритм: указать область допустимых значений функции, найти ее производную и критические точки функции (необходимое условие экстремума); используя достаточное условие экстремума определить точки минимума и максимума функции, входящие в область допустимых значений. Вычислить значения функции для отобранных точек и на концах отрезка, выбрать наибольшее и наименьшее значения из них.

Решение задачи на составление уравнения или системы уравнений рекомендуется перевести условие задачи на математический язык, а затем решить полученное уравнение (или систему уравнений) и записать ответ, с учетом размерности переменных.

При решении геометрической задачи необходимо сделать схематический рисунок, отражающий содержание рассматриваемой задачи. На рисунке нанести все необходимые обозначения, используемые в задаче, например.

**Задача.** Периметр параллелограмма равен 48 см. Найти стороны параллелограмма, если одна сторона на 3 см больше другой.

**Решение.** 1. Нарисуем параллелограмм  $ABCD$ .



2. Используя свойства параллелограмма, имеем:  $P = 2AB + 2DC$ ,

Пусть  $AB = CD = x$ ,  $BC = AD = x + 3$ .

Тогда,  $48 = 2x + 2(x + 3)$ ,  $4x = 42$ ,  $x = 10,5$ .

$BC = AD = 10,5 + 3 = 13,5$ .

**Ответ:** 10,5 см и 13,5 см.

### III. Разделы, рассматриваемые в ходе вступительного испытания

#### Раздел 1. АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

1. Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель (НОД). Наименьшее общее кратное (НОК).

2. Целые числа ( $Z$ ), рациональные числа  $\left(\frac{p}{q}; p, q \in Z\right)$ ;

Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

3. Числовые выражения. Выражения с переменными. Тожественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.

4. Степень с натуральным и рациональным показателями. Арифметический корень. Десятичные логарифмы, их свойства.

5. Одночлен и многочлен, стандартный вид многочлена. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

6. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

7. Определение и основные свойства функций: линейной  $y = kx + b$ , квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ), показательной  $y = a^x$ ,  $a > 0$ , логарифмической  $y = \log_a x$ , тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ), арифметического корня  $\sqrt[n]{x}$  ( $n \in N$ ).

8. Уравнения. Множество решений уравнения. Равносильные уравнения. Неравенства. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства. Системы уравнений и неравенств. Решение систем уравнений. Множество решений системы. Равносильные системы уравнений.

9. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразования в произведения сумм вида:  $\sin a \pm \sin b$ ,  $\cos a \pm \cos b$ .

10. Определение производной функции  $y = f(x)$ . Ее физический и геометрический смысл. Производные от элементарных функций, основные

формулы дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций. Касательная к графику функции.

11. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

12. Число  $e$ . Натуральные логарифмы.

13. Первообразная и интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площади криволинейной трапеции.

## **Раздел 2. ГЕОМЕТРИЯ**

1. Прямая, луч, отрезок, ломанная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.

2. Осевая и центральная симметрии. Параллельный перенос. Поворот.

3. Выпуклые фигуры. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Оси и центры симметрии многоугольников. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Средняя линия треугольника. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Средняя линия трапеции.

4. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр и радиус окружности. Касательная к окружности. Дуга окружности. Круговой сектор. Центральные и вписанные углы. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь кругового сектора.

5. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Выражение стороны правильного многоугольника через радиус описанной около него окружности.

6. Площадь многоугольника. Формулы площадей фигур: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, правильного многоугольника (через радиус описанной около него окружности).

7. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

## РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Основная литература

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобраз. учреждений / Ш. А. Алимов и др. – М.: Просвещение, 2018. – 463 с.
2. Алгебра и начала математического анализа: Учеб. пособ. для 10-11 кл. общеобраз. организаций / А. Н. Колмогоров и др. – М.: Просвещение, 2019. – 384 с.
3. Погорелов А.В. Геометрия. 7–9 классы: Учеб. для общеобраз. учреждений. – М.: Просвещение, 2017. – 240 с.
4. Погорелов А.В. Геометрия. 10–11 классы: Базовый уровень. Инженерный курс: учебное пособие – М.: Просвещение, 2018. – 175 с.
5. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / под ред. М.И. Сканави. – М.: АСТ, 2017. – 608 с.

### Дополнительная литература

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие/ 5-е изд. – М.: Высш. шк., 2008. – 495 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – М.: АСТ, Астрель, 2006. – 509 с.
3. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – 4-е изд. – М.: Оникс, 2011. – 416 с.
4. Дорофеев Г.В. Математика для поступающих в ВУЗы: Пособие. — 4-е изд., стереотип. — М.: Дрофа. 2001. — 672 с.
5. Дорофеев Г.В. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике и алгебре и началам анализа за курс средней школы. 11 класс. – М: Дрофа, 2008. – 160 с.
6. Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 352 с.

### Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1.	ALEXLARIN.NET	<a href="http://alexlarin.net/">http://alexlarin.net/</a>
2.	AB Alleng	<a href="http://www.alleng.ru">http://www.alleng.ru</a>
3.	Открытый банк заданий ЕГЭ по математике	<a href="http://mathege.ru">http://mathege.ru</a>
4.	МИФИст	<a href="http://live.mephist.ru/show/mathege2010/">http://live.mephist.ru/show/mathege2010/</a>
5	Федеральный институт педагогических измерений	<a href="http://www.fipi.ru/">http://www.fipi.ru/</a>
6	Официальный информационный портал ЕГЭ	<a href="http://ege.edu.ru/">http://ege.edu.ru/</a>